

# Gerhard Bergholz

## Bereitstellung geeigneter Ankunftsratenprozesse für die Signalflußsimulation

Die Bereitstellung von geeigneten möglichst praxisrelevanten Ankunftsratenprozessen hat für die Signalflußsimulation eine große Bedeutung. In den bisher von mir zum Thema Signalflußsimulation durchgeführten Arbeiten, aus denen die Arbeitsberichte [2] und [3] entstanden sind, hat die Erzeugung geeigneter Ankunftsprozesse eine entsprechende Rolle gespielt. In diesem Bericht wird eine wesentlich erweiterte Zusammenfassung zur Bereitstellung von Realisierungen der Ankunftsratenprozesse für die Signalflußsimulation gegeben.

### 1 Vorbemerkungen

In [2] und [3] wurde für die Simulation von Nachrichtenverkehrsmodellen ein neuer Lösungsweg mit Hilfe von Fluid-flow-Modellen, der in diesen Arbeiten als Signalflußsimulation bezeichnet wird, beschrieben. Dabei wird das dynamische Verhalten einer Bedienstation mit Hilfe von Differentialgleichungen beschrieben, die mit Hilfe von Blockschaltbildern in SIMULINK umgesetzt wurden.

Als Eingangsprozesse der Signalflußsimulation müssen geeignete Ankunftsratenprozesse bereitgestellt werden, die über Messungen oder ereignisdiskrete Simulation gewonnen werden können.

Wir betrachten SIMULINK als unseren Simulator und dementsprechend als Ort der Schnittstellen zur MATLAB-Umgebung den Workspace, welcher als Verbindung zwischen MATLAB und SIMULINK dienen kann (s. [7]).

Entsprechend den Schnittstellen zwischen den bereitgestellten Ankunftsprozessen und der eigentlichen Signalflußsimulation können wir zwei Lösungswege unterscheiden

- Lösungsweg mit *Zeitreihen* für die Realisierungen der Ankunftsprozesse als Schnittstellen
- Lösungsweg mit den relevanten *wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen* als Schnittstellen.

Für den Lösungsweg mit Zeitreihen als Schnittstellen wurde von mir untersucht

- Erzeugung einer Zeitreihe für die Realisierung eines überlagerten ON/OFF-Flußprozesses durch den allgemeinen ereignisorientierten Simulator GPSS/H (s. [1]), Übergabe an den Workspace von MATLAB und Eingabe dieser im Workspace enthaltenen Zeitreihe an SIMULINK.
- Erzeugung von  $n$  getrennten ON/OFF-Flußprozessen im Workspace durch eine MATLAB-Prozedur, Eingabe der im Workspace enthaltenen  $n$  Realisierungen an

SIMULINK und Überlagerung der Realisierungen der  $n$  ON/OFF-Prozesse durch SIMULINK.

Die wichtigste Form des Lösungsweges mit Zeitreihen ist die Übergabe von Original-Meßreihen an den Workspace. Diese Form hat eine große eigenständige Bedeutung und sprengt deshalb den Rahmen dieses Beitrags. Die Übergabe von GPSS/H-Zeitreihen an MATLAB und SIMULINK kann dabei als Vorbild für die Umsetzung dienen.

Für den Lösungsweg mit den relevanten wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen als Schnittstelle wurde von mir untersucht

- Theoretischen Bestimmung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen für den überlagerten ON/OFF-Flußprozeß .
- Bestimmung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen anhand der Realisierung des Ankunftsprozesses aus Messungen oder einer ereignisdiskreten Simulation ( Hier aus dem simulierten überlagerten ON/OFF-Flußprozesses)
- Erzeugung der Realisierungen von Ankunftsprozessen anhand der vorgegebenen wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen innerhalb von SIMULINK.

Bei diesem Lösungsweg können wir die beiden Etappen trennen. Als repräsentativer Ankunftsprozeß bietet sich eine Prozeß mit Normalverteilung und exponentieller Autokorrelationsfunktion an. Man kann einerseits Messungen am Originalsystem durchführen und dabei die entsprechenden Parameter des Ankunftsprozesses bestimmen und unabhängig davon für einen normalverteilten exponentiell korrelierten Ankunftsprozeß das Signalflußmodell untersuchen.

Die beiden Lösungswege wurden anhand überlagerter ON/OFF-Flußprozesse erprobt. Sie sind aber nicht an diese Klasse von Ankunftsprozessen gebunden und können auch bei anderen Eigenschaften der Ankunftsprozesse angewendet werden. Das gilt besonders für den Lösungsweg mit den wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen als Schnittstellen.

## **2 Beispiel: Flußmodell für die Überlagerung von ON/OFF-Prozessen**

### **2.1 ON/OFF-Flußmodell und Flüssigkeitsfluß-Analogie**

Es ist bekannt, daß für die Ankunftsprozesse in Kommunikationssystemen der Übergang von den bisher meist angewandten Poissonprozessen zu ON/OFF-Prozessen notwendig ist, um den realen Bedingungen im Rechnernetz Rechnung zu tragen. In Bild 3 ist die graphische Darstellung des ON/OFF-Modells enthalten, wobei der entsprechende Prozeß zwischen den beiden Zuständen 0 und 1 mit den Übertragungsraten wechselt. Wenn sich der Prozeß im Zustand 1 befindet, dann wird ein Ereignisstrom  $\lambda$  erzeugt.

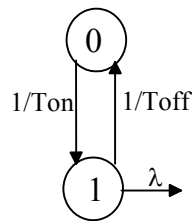


Bild 1: ON/OFF-Modell

In Bild 2 ist ein entsprechender Ereignisstrom von  $\lambda$  mit 4 ON-Phasen angegeben.

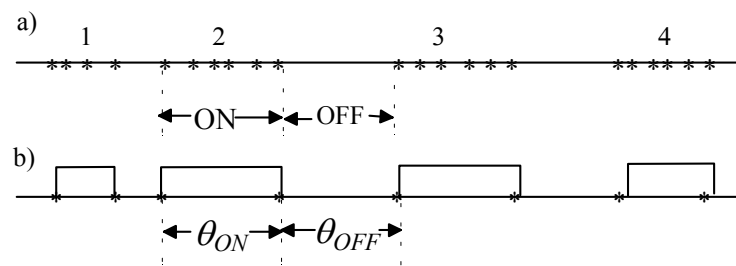


Bild 2: Übergang vom Ereignisstrom zum Flüssigkeitsfluß

Um den Aufwand bei der Simulation zu verringern, wird nur die zu den ersten und letzten Ereignissen jeder ON-Phase vorhandene sprungförmige Veränderung der Ereignisrate berücksichtigt, während die dazwischen liegenden Ereignisse, die Paketankünften entsprechen, vernachlässigt werden. Dem Ereignisstrom jeder ON-Phase wird ein Flüssigkeitsfluß mit einer Flußrate  $\lambda(t)$  zugeordnet.

Man kann jetzt folgende Analogie einführen. Wir betrachten den Flüssigkeitsfluß in einer Rohrleitung (s. Bild 3), wobei der Flüssigkeitsfluß durch das wiederholte Schließen und Öffnen eines Ventils ruckartig von  $\lambda$  auf 0 bzw. von 0 auf  $\lambda$  geändert wird. Die Zeitabstände zwischen dem Öffnen und Schließen des Ventils (ON-Phase) und dem Schließen und Öffnen des Ventils seien die Zufallsgrößen  $\Theta_{on}$  bzw.  $\Theta_{off}$ .

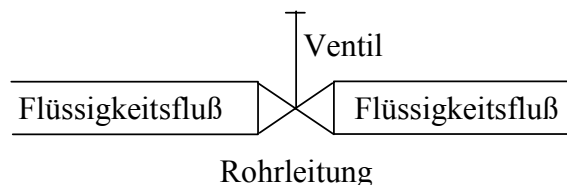


Bild 3: Flüssigkeitsfluß in einer Rohrleitung

Wir haben es beim Flüssigkeitsfluß in der Rohrleitung mit zwei Prozessen zu tun. Einmal haben wir den Flüssigkeitsfluß mit der Flüssigkeitsmenge pro Zeiteinheit  $\lambda(t)$  während der ON-Phase. Zum anderen haben wir den Steuerungsprozeß für das Öffnen und Schließen des Ventils mit den Zufallsvariablen  $\Theta_{on}$  und  $\Theta_{off}$ . Der Flüssigkeitsfluß kann deterministisch oder stochastisch sein. Falls dieser Fluß stochastisch ist, wird  $\lambda(t)$  als Realisierung eines

Zufallsprozesses  $A(t)$  betrachtet, wobei es sinnvoll ist eine Normalverteilung für  $A$  anzunehmen. Es handelt sich hier innerhalb der ON-Phase um einen kontinuierlichen Prozeß sowohl bezüglich des Funktionswerte als auch bezüglich der Zeit. Der Steuerungsprozeß ist demgegenüber ereignisorientiert.

## 2.2 Überlagerung von n ON/OFF-Prozessen

In der Praxis muß man nicht nur einen ON/OFF-Prozeß betrachten, sondern die Überlagerung von  $n$  solchen Prozessen.. In Bild 4a wird die Überlagerung von 3 ON/OFF-Prozessen dargestellt. Den entsprechenden Flußratenprozeß zeigt das Bild 4b.

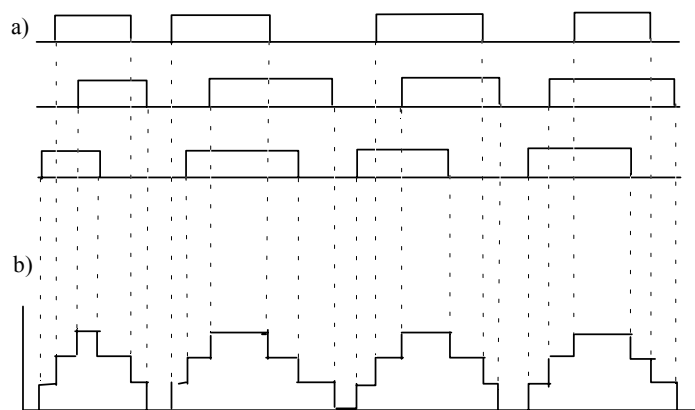


Bild 4: Überlagerung von 3 ON/OFF-Prozessen

Wir sehen, daß es sich hier um einen Prozeß mit diskreten Funktionswerten und kontinuierlicher Zeit handelt.

## 3 Zum Lösungsweg mit Zeitreihen als Schnittstellen

Wie kann nun ein solcher Prozeß durch Simulation erzeugt werden?

Wir betrachten nachfolgend zwei Wege der Umsetzung.

- die Bereitstellung einer Zeitreihe des überlagerten ON/OFF-Flußprozesses mit Hilfe von GPSS/H
- die Bereitstellung von  $n$  Zeitreihen für die einzelnen ON/OFF-Flußprozesse in MATLAB und die Überlagerung innerhalb von SIMULINK

### 3.1 Übersicht über die Bereitstellung von Zeitreihen mit Hilfe von GPSS/H und MATLAB

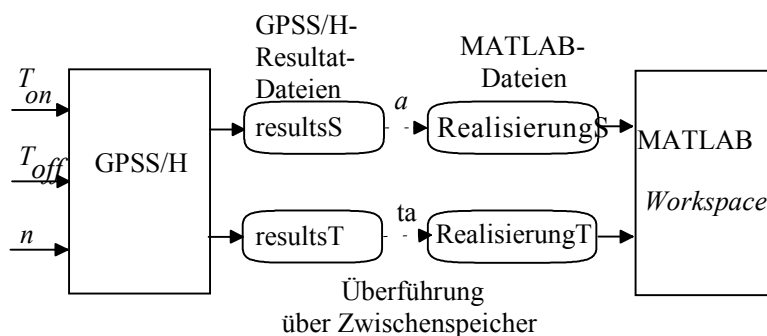


Bild 5: Zur Erzeugung und Analyse der Überlagerung von  $n$  ON/OFF-Prozessen

Wir gehen jetzt zur *Simulation* der Überlagerung von  $n$  ON/OFF-Prozessen über. Da wir es hier mit einem ereignisgesteuerten wertdiskreten Prozeß zu tun haben ist für die Simulation dieses Prozesses ein ereignisgesteuertes diskretes Simulationssystem zweckmäßig. Wir verwenden hierfür wegen der großen Verbreitung GPSS/H (s. [1]). In Bild 5 ist das Zusammenspiel zwischen GPSS/H und MATLAB dargestellt.

### 3.2 Zur Erzeugung von Zeitreihen für ON/OFF-Flußprozesse in MATLAB und Überlagerung dieser in SIMULINK

#### 3.2.1 Erzeugung der einzelnen ON/OFF-Ankunftsprozesse mit MATLAB

Wir wollen jetzt als wertdiskreten Ankunftsrateprozeß die überlagerten ON/OFF-Prozesse in Anlehnung an die Ausführungen im Abschnitt 2 benutzen. Wichtig ist hierbei, daß man die ereignisorientierte Simulation des eigentlichen Signalflußmodells vermeidet. Für die Nachbildung des zeitlichen Verlaufs eines wertdiskreten ON/OFF-Prozesses kann mit MATLAB in Anlehnung an das Bild 5b ein entsprechender Algorithmus implementiert werden, der den Zusammenhang zwischen der mittleren On-Phasen-Dauer  $T_{on}$ , der mittleren OFF-Phasen-Dauer  $T_{off}$ , der Ankunftsrate  $\lambda$  während der On-Phase und der Stichprobengröße  $N$  einerseits und der Ereignisfolge  $\{t_i, lk_i\}$  andererseits herstellt.

#### 3.2.2 Erzeugung der Überlagerung von 5 ON/OFF-Ankunftsprozessen in SIMULINK

Die Ereignisfolgen  $\{tk_i, lk_i\}$  für die einzelnen ON/OFF-Prozesse mit  $(k=1,2,\dots,n)$  sind die Eingangsgrößen in eine SIMULINK-Signalflußplan für die Erzeugung des überlagerten Summenprozesses entsprechend Bild 5b (s. Bild 6). Die Überlagerung zum Summenankunftsstrom erfolgt durch den Summenblock sum (s. Bild 6), in den die einzelnen ON/OFF-Prozesse einmünden.

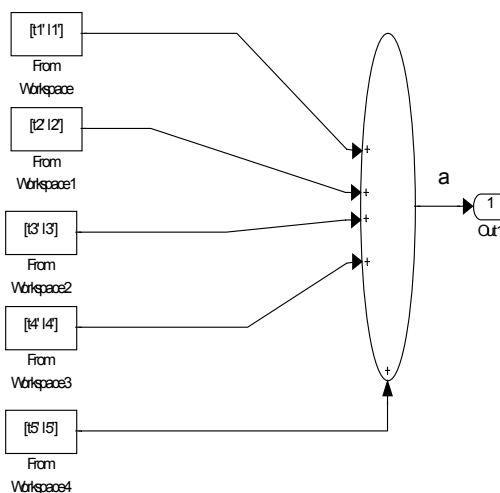


Bild 6: Signalflußplan für die Überlagerung von 5 ON/OFF-Ankunftsprozessen

Dabei ist zu beachten, daß die Simulation der Überlagerung der ON/OFF-Prozesse in SIMULINK nicht wertdiskret sondern zeitdiskret erfolgt. Damit beschränkt sich die wertdiskrete Simulation auf die Nachbildung der einzelnen ON/OFF-Prozesse in MATLAB, die für die einzelnen ON/OFF-Prozesse völlig unabhängig voneinander durchgeführt werden kann. Mit dem Signalflußplan des Bildes 6 wird der wertdiskrete Ankunftsprozeß als ein stückweise kontinuierlicher Ankunftsprozeß interpretiert. In einem Bedienungsnetz müssen nur die ON/OFF-Ankunftsprozesse des Gesamtnetzes in MATLAB simuliert werden, während die Verbindungen zwischen den einzelnen Bedienstationen direkt innerhalb von SIMULINK über die Abgangssignale  $d(t)$  stückweise zeitkontinuierlich nachgebildet werden.

## 4 Zum Lösungsweg mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen als Schnittstellen

Ein ganz anderer Lösungsweg besteht darin, daß wir die Simulation in SIMULINK völlig von den Realisierungen der vorgegebenen Ankunftsprozesse ( in unserem Fall von den ON/OFF-Flußprozessen) trennen und die wahrscheinlichkeitstheoretischen Kenngrößen als Schnittstellen zu den realen Prozessen nutzen.

### 4.1 Ermittlung der Verteilungsdichte und der Autokorrelationsfunktion des Ankunftsprozesses (Identifikation)

Wir wollen jetzt den Charakter der Verteilungsdichtefunktion und der Autokorrelationsfunktion bestimmen, den wir bei der Wahl der Eingangsprozesse des Signalflußmodells benötigen.

#### 4.1.1 Theoretische Beschreibung der Verteilungsdichte und Autokorrelationsfunktion

Zunächst führen wir eine *analytische Betrachtung* für die Überlagerung durch (s. [6]). Ganz allgemein gilt nach dem Grenzwertsatz der Statistik, daß die Summe  $A$  von  $n$  unabhängigen Zufallsgrößen  $A_1, A_2, \dots, A_n$

$$A = \sum_{i=1}^n A_i \quad (1)$$

mit wachsender Zahl der Summanden näherungsweise normalverteilt ist. Die notwendige Voraussetzung für diese Aussage ist, daß die Mittelwerte der Summanden  $A_i$  klein sein müssen im Vergleich zum Mittelwert der Summe  $A$ . Wir können also für die Verteilungsfunktion der Flußrate  $A$  bei der Analyse der Überlagerung von  $n$  ON/OFF-Prozessen eine Normalverteilung erwarten. Wir setzen jetzt voraus, daß alle  $A_i$  identisch verteilt sind. Dann können der Mittelwert der Summe mit

$$M_a = n * M_{a1} \quad (2)$$

und die Varianz der Summe mit

$$V_a = n * V_{a1} \quad (3)$$

bestimmt werden.

In [6 ] werden theoretische Formeln zur Bestimmung des Mittelwertes und der Varianz für die Normalverteilung der Überlagerung von ON/OFF-Prozessen angegeben. Es wird vorausgesetzt, daß die Dauern der ON- und OFF-Phasen jeweils exponentiell verteilt sind. Dabei ergibt sich, daß für die mittlere Übertragungsrate eines ON/OFF-Prozesses gilt

$$M_{a1} = \alpha * \lambda, \quad (4)$$

wenn mit  $\lambda$  die Ankunftsrate der ON-Phase und mit  $\alpha$  die normierte Dauer der On-Phase

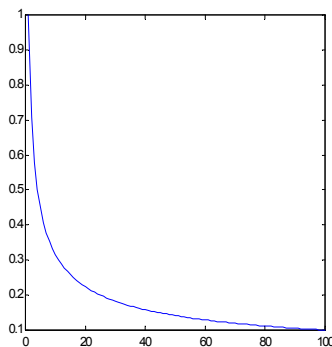


Bild 7: Einfluß der Zahl der überlagerten ON/OFF-Prozesse auf den Variationskoeffizienten

mit

$$\alpha = T_{on} / (T_{on} + T_{off}) \quad (5)$$

gelten, wobei  $T_{on}$  die mittlere Dauer der ON-Phase und  $T_{off}$  die mittlere Dauer der OFF-Phase sind. Aus (2) und (4) ergibt sich der Mittelwert der Normalverteilung von  $A$

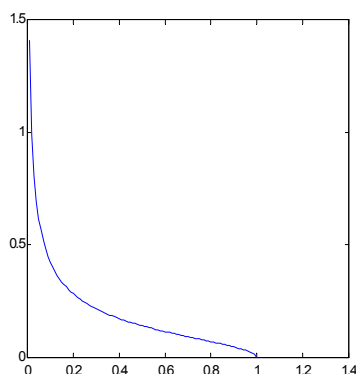


Bild 8: Einfluß des relativen Anteils der ON-Phase auf den Variationskoeffizienten

$$M_a = n * \alpha * \lambda \quad (6)$$

und für die Varianz der Normalverteilung von  $A$  kann

$$V_a = n * \alpha * (1 - \alpha) * \lambda^2 \quad (7)$$

gewonnen werden (s. [4]). Der Variationskoeffizient ergibt sich mit

$$C_a = \sqrt{V_a} / M_a \quad (8)$$

In Bild 7 ist die Abhängigkeit des Variationskoeffizienten  $C_a$  von der Zahl  $n$  der überlagerten ON/OFF-Prozesse angegeben. Es zeigt sich, daß mit wachsender Zahl  $n$  der Variationskoeffizient immer kleiner wird und bei  $n \rightarrow \infty$  gegen 0 geht. In Bild 8 ist die Abhängigkeit des Variationskoeffizienten  $C_a$  von dem Anteil der ON-Phase  $\alpha$  angegeben. Bei kleinem  $\alpha$  ist der Variationskoeffizient sehr groß und konvergiert bei  $\alpha \rightarrow \infty$  gegen  $\infty$ . Für einen Wert  $\alpha = 1$  wird der Variationskoeffizient gleich 0.

#### 4.1.2 Schätzung der Parameter des Ankunftsprozesses aus Zeitreihen

Wir gehen jetzt zur Identifikation der Parameter des Ankunftsprozesses aus einer Zeitreihe über. Dabei dient eine durch ereignisdiskrete Simulation gewonnen Zeitreihe als Beispiel.

Die Auswertung des Prozesses besteht in der Bestimmung der Parameter von Verteilungsdichtefunktion und Autokorrelationsfunktion. Diese Aufgabe wird im Anschluß an die ereignisorientierte Simulation mit GPSS/H mit Hilfe von MATLAB unter Einbeziehung von SIMULINK (s. [6]) durchgeführt. Bild 9 zeigt das Zusammenspiel von GPSS/H und MATLAB/SIMULINK über entsprechende GPSS/H-Resultatdateien und MATLAB-Dateien. Da es sich hier um eine Nebenuntersuchung handelt, die bei der Simulation des Bedienungssystems nicht ständig durchgeführt werden muß, ist der umständliche Weg des Übergangs von GPSS/H nach MATLAB/SIMULINK nicht kritisch.

Auf die Durchführung der ereignisorientierten Simulation mit GPSS/H wird hier nicht näher eingegangen.

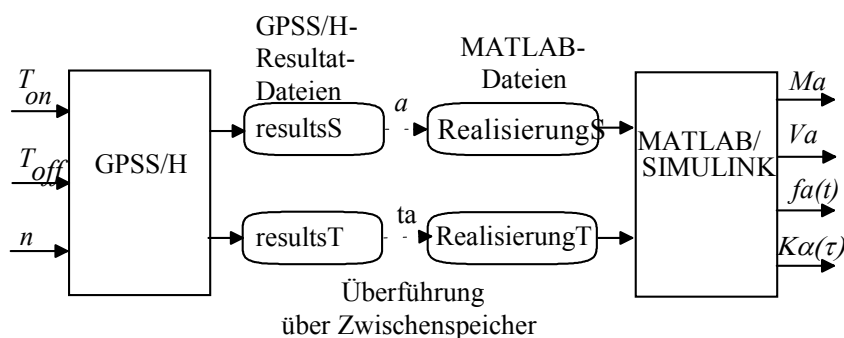


Bild 9: Zur Ermittlung der Kenngrößen eines überlagerte ON/OFF-Prozesses

Für die Dauer der ON-Phase und der OFF-Phase nehmen wir jeweils eine Exponentialverteilung an. In Bild 9 gelten folgende Bezeichnungen:

- $T_{on}$  - mittlere Dauer der ON-Phase
- $T_{off}$  - mittlere Dauer der OFF-Phase
- $n$  - Zahl der überlagerten ON/OFF-Prozesse
- $a$  - Realisierung der Funktionswerte des Summen-Ratenprozesses
- $t_a$  - Zeitpunkte für die Realisierungen des Summen-Ratenprozess
- $M_a$  - zeitlicher Mittelwert von  $A$
- $V_a$  - Varianz von  $A$
- $f_a(t)$  - Verteilungsdichtefunktion von  $A$
- $K_a(\tau)$  - Autokorrelationsfunktion von  $A$ .

Wir können unter Berücksichtigung der Voraussetzung für die Verteilungsfunktion der Flußrate  $A$  bei der Analyse der Überlagerung von ON/OFF-Prozessen eine Normalverteilung erwarten.

Wir betrachten als erstes die durch die Simulation erhaltene Verteilungsdichtefunktion. Wegen der erwarteten Normalverteilung führen wir bei der Analyse entsprechend Bild 9 den Vergleich mit der entsprechenden Normalverteilung durch.

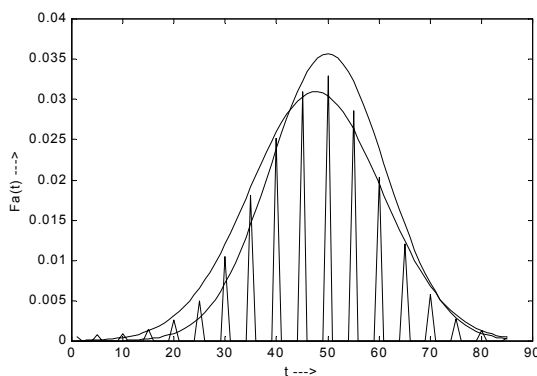


Bild 10 Vergleich der simulativen mit den theoretischen Verteilungsdichtefunktionen

In Bild 10 wird dieser Vergleich dargestellt. Dabei werden einerseits in die theoretische Normalverteilung die theoretischen Werte und andererseits die aus der entsprechend Bild 9

durchgeführten Simulation erhaltenen empirischen Werte für den Mittelwert und die Varianz eingesetzt. In Bild 10 sind die beiden theoretischen Verteilungsdichtefunktionen als geschlossene Kurven dargestellt, während die durch Simulation entsprechend Bild 9 erzielte Verteilungsdichtefunktion durch den Werten zugeordnet Spitzen angegeben ist. Die Untersuchung wurde für  $n=20$ ,  $\alpha=0.5$  und  $M_a=5$  durchgeführt. Dabei gilt die Bezeichnung

$$\alpha = T_{on}/(T_{on} + T_{off}). \quad (9)$$

Als nächstes gehen wir zur Darstellung der simulierten Autokorrelationsfunktion über. Hierbei wird folgende Eigenschaft beachtet. Wenn alle Einzelprozesse gleichartig sind, dann ergibt sich für den Summenprozeß die gleiche Autokorrelationsfunktion, wie für die Einzelprozesse.

Eine interessante theoretische Autokorrelationsfunktion hat die exponentielle Form

$$K_a(\tau) = \exp(-|\tau|/TA), \quad (10)$$

(s. [2]) wobei  $TA$  positiv sein muß. Dieser exponentielle Ansatz wird zum Vergleich mit dem Simulationsergebnis herangezogen.

Bei der Simulation wird die Autokorrelationsfunktion entsprechend der allgemein bekannten Formel aus den Realisierungen ermittelt. In MATLAB gibt es entsprechende Funktionen `xcor` und `xcov`. Da bei der Bestimmung der Autokorrelationsfunktion äquidistante Werte der Realisierung genutzt werden müssen, muß der Prozeß mit diskreten Funktionswerten (s. Bild 9b) in einen Prozeß mit äquidistanten Zeitwerten umgewandelt werden. Das erfolgt über `SIMULINK`.

In Bild 14 ist die durch Simulation gewonnene Autokorrelationsfunktion von  $a$  für  $n=1$  und  $n=20$  dargestellt. Zum Vergleich ist in dieses Bild die exponentielle Autokorrelationsfunktion entsprechend (10) eingezeichnet. Man kann die durch Simulation erhaltene Autokorrelationsfunktion als übereinstimmend mit der exponentiellen Autokorrelationsfunktion bezeichnen, wenn man berücksichtigt, daß bei größeren Abständen der Größe  $\tau$  von 0 statistisch ungenauer wird. Der Vergleich für die beiden Werte von  $n$  bestätigt außerdem im Rahmen der statistischen Genauigkeit, daß der Einzelprozeß und der Summenprozeß die gleich Autokorrelationsfunktion haben.

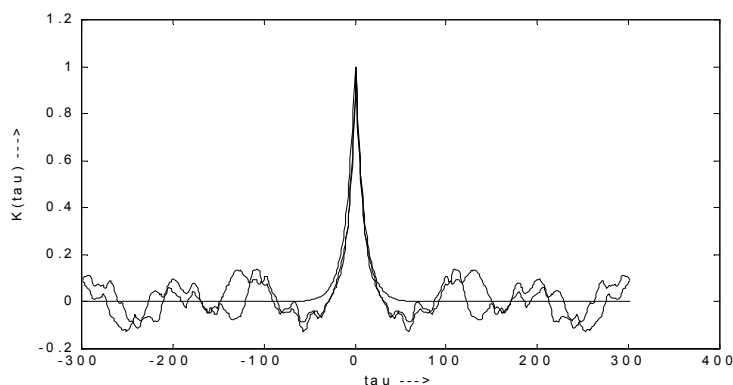


Bild 11: Vergleich der Autokorrelationsfunktion für  $n=1$  und  $n=20$

Anmerkung: In vielen Literaturquellen werden zwei Funktionen, welche die Autokorrelation beschreiben als Autokorrelationsfunktion bezeichnet. Diese beiden Funktionen werden in neueren Arbeiten als Autokorrelationsfunktion und Autokovarianzfunktion unterschieden. Diese Unterscheidung wird auch in MATLAB vorgenommen. In den Betrachtungen dieses Beitrags wurde unter dem Namen Autokorrelationsfunktion immer die Autokovarianzfunktion, die in MATLAB mit der Funktion *xcov* aufgerufen wird, genutzt.

## 4.2 Erzeugung eines normalverteilten autokorrelierten Ankunftsratensignals in SIMULINK

Die Ergebnisse der Verteilungsdichtefunktion und der Autokorrelationsfunktion für überlagerte ON/Off-Prozesse mit exponentiell verteilten ON- und OFF-Phasen und konstanter Ankunftsrate in der ON-Phase legen es nahe, in diesem Fall bei der Untersuchung des wertkontinuierlichen Signalflußmodells einer Bedienstation normalverteilte exponentiell korrelierte Ankunftssignale anzunehmen. Dabei ist zu beachten, daß bei anderen Annahmen für die Verteilungsfunktionen der ON- und OFF-Phasen (z.B. wenn die ON-Phase oder OFF-Phase Pareto-verteilt ist) oder bei völlig anderen Eigenschaften des Ankunftsprozesses andere Ankunftssignale anzusetzen sind. Diese müssen mit dem Ziel einer geeigneten Approximation gesondert untersucht werden.

Mit der Approximation des überlagerten ON/OFF-Ankunftsprozesses durch ein wertkontinuierliches normalverteiltes exponentiell korreliertes Ankunftssignal wird eine relative Trennung zwischen der Untersuchung der realen Ankunftsprozesse einerseits und der Untersuchung des Bedienungssystems andererseits vorgenommen.

### 4.2.1 Zeitkontinuierliches Filter für ein exponentiell korreliertes Ankunftssignal

Jetzt betrachten wir, wie innerhalb des Werkzeuges SIMULINK ein normalverteilter exponentiell korrelierter Ankunftsprozeß erzeugt werden kann. In der Signaltheorie wird ein unkorreliertes Signal als weißes Rauschen und ein korreliertes Signal als farbiges Rauschen bezeichnet. In SIMULINK steht ein Quellblock zur Erzeugung eines normalverteilten weißen Rauschens unter dem Namen 'Random Number' zur Verfügung. Aus der Literatur [4] ist bekannt, daß ein exponentiell korreliertes Signal der Form (1) durch Nachschalten eines Verzögerungsgliedes erreicht werden kann, dessen Differentialgleichung

$$T_a \cdot \frac{da(t)}{dt} + a(t) = c(t) \quad (11)$$

zur Laplace-Transformierten

$$F^*(s) = \frac{1}{1 + T_a \cdot s} \quad (12)$$

führt. Durch das Verzögerungsglied (12) wird also das nichtkorrelierte Eingangssignal am Ausgang des Blockes 'Random Number' in ein Signal mit einer exponentiellen Autokorrelationsfunktion entsprechend dem Ansatz (10) verwandelt (s. Bild 12).

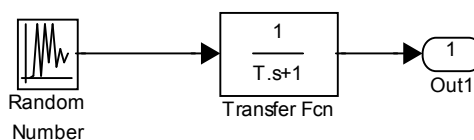


Bild 12: Erzeugung eines normalverteilten exponentiell korrelierten Ankunftsratensignals

#### 4.2.2 Berücksichtigung der Verstärkung und Rauschverstärkung des Filters

Aus der Literatur ist bekannt, daß am Ausgang des Verzögerungsgliedes und wieder eine Normalverteilung vorhanden ist und der Mittelwert sich im Vergleich zum Eingang dieses Gliedes nicht ändert. Anders ist das für die Varianz. Diese hängt über dem Frequenzgang  $H(\Omega)$  mit der Varianz des Eingangs des Verzögerungsgliedes zusammen (s. [5])

$$va = ng \cdot vA \quad (13)$$

Dabei wird mit  $ng$  die Rauschverstärkung (noise gain) bezeichnet und es gilt der Ansatz

$$ng = \frac{1}{2\pi} \int |H(\Omega)|^2 d\Omega \quad (14)$$

Für die Berechnung der Rauschverstärkung wurde in [5] ein MATLAB-Script *nsgain* zur Verfügung gestellt, der es gestattet diese aus der z-Übertragungsfunktion für die zeitdiskrete Approximation des Übertragungsgliedes (2) zu berechnen.

Als zeitdiskrete Approximation des Verzögerungsgliedes (7) kann nach der Trapezregel die z-Übertragungsfunktion

$$H^*(z) = \frac{(h/2TA)(1+\exp(-h/TA)*z^{-1})}{1-\exp(-h/TA)*z^{-1}} \quad (15)$$

gewonnen werden (s. [5]), deren Zähler- und Nenner-Koeffizienten beim Aufruf des Scripts *nsgain* eingesetzt werden können.

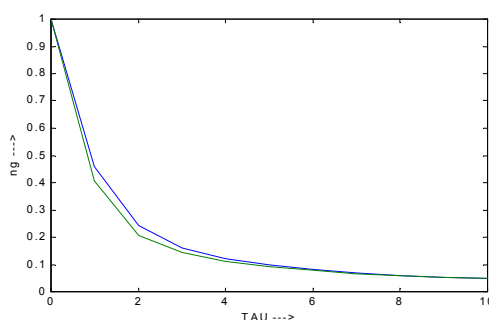


Bild 13: Einfluß der Zeitkonstanten des Verzögerungsgliedes auf die Rauschverstärkung

In Bild 13 ist die mit *nsgain* ermittelte theoretische Rauschverstärkung für die Approximation (8) im Bereich bis  $TA=10$  dargestellt. Zum Vergleich ist dort zusätzlich die durch Simulation des Modells des Bildes 14 gewonnene Rauschverstärkung eingetragen. Die kleine Differenz zwischen beiden Kurven kann durch den Unterschied zwischen dem zeitkontinuierlichen Ansatz (7) und dem zeitdiskreten Ansatz (8) erklärt werden.

## 5 Schlußbemerkung

Dieser Beitrag stellt eine Ergänzung der beiden Arbeiten [2] und [3] dar. In [2] und [3] wurden ON/OFF-Ankunftsprozesse genutzt. Das entspricht dem Lösungsweg mit Zeitreihen als Schnittstelle, wobei die ON/OFF-Prozesse mit MATLAB außerhalb des Signalflußmodells und SIMULINK innerhalb des Signalflußmodells simuliert wurden (s. Abschnitt 3.2). Die Untersuchungen in [2] und [3] können auch mit dem Ansatz von normalverteilten exponentiell korrelierten Ankunftsprozessen (s. Abschnitt 4.2) durchgeführt werden. Dieser Ansatz ist grundsätzlicher. Man kann zum Beispiel für Meßreihen eines Ankunftsprozesses versuchen mit dem Ansatz eines normalverteilten exponentiell korrelierten Prozesses machen eine Identifikation der Parameter der Verteilungsfunktion und der Autokorrelationsfunktion durchzuführen. Dieser Weg ergibt sich aus dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik.

## 6 Literatur

- [1] J. Banks et al.: Getting started with GPSS/H. Woverine Software Corporation Annandale (1989)
- [2] G. Bergholz: Signalflußsimulation für Nachrichtenverkehrsmodelle. Technical Report SR-ANC-BOI1, September 2002. <http://www.ist-intermon.org/download/sigflu5d.pdf>
- [3] G. Bergholz: Mehrklassen-Signalflußsimulation für Nachrichtenverkehrsmodelle. Technical Report SR-ANC-BOI2, December 2002. <http://www.ist-intermon.org/download/Mehrkl5d.pdf>
- [4] G. Bergholz: Digitale Simulation analoger Übertragungssysteme. Verlag Die Wirtschaft (1972)
- [5] D. C. Grünigen: Digitale Signalverarbeitung. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag München Wien (2002)
- [6] G. Haßlinger, Th. Klein: Breitband-ISDN und ATM-Netze. BG Teubner Verlag Stuttgart Leipzig (1999)
- [7] I. Hoffmann: MATLAB und SIMULINK. Addison-Wesley (1998)